

XXIII REUNIÓN BIENAL
DE LA REAL SOCIEDAD ESPAÑOLA
DE FÍSICA

LIBRO DE RESÚMENES
TOMO II

VALLADOLID
23-27 SEPTIEMBRE 1991

15. OR-9 HAMILTONIANOS PERIODICOS, TEORIA DE FLOQUET Y FASE DE BERRY.

David J. Fernández C.*, Mariano A. del Olmo y Mariano Santander.

Departamento de Física Teórica, Universidad de Valladolid,
47011 Valladolid, España.

* En ausencia del Departamento de Física, CINVESTAV IPN, México.

Resumen. Se presenta un estudio elemental de la conexión existente entre la fase de Berry y su versión generalizada, la fase de Aharonov y Anandan, cuando el Hamiltoniano del sistema es periódico en el tiempo.

Sea un sistema cuántico no-relativista descrito por un Hamiltoniano $H(t)$ que es periódico en el tiempo con período T . En este trabajo se hace un estudio de la conexión existente entre la fase de Berry, que surge al analizar la evolución de los estados propios del Hamiltoniano cuando el cambio temporal se supone adiabático, y los coeficientes de Floquet, que aparecen en la solución exacta del problema aunque $H(t)$ no cambie adiabáticamente.

El método que usamos es la teoría de Floquet, que permite expresar la solución a la ecuación de Schrödinger para el operador de evolución $U(t)$,

$$\frac{d}{dt}U(t) = -\frac{i}{\hbar}H(t)U(t), \quad (1)$$

en la forma:

$$U(t) = U_P(t)e^{-iH_F t/\hbar}, \quad (2)$$

en donde $U_P(t)$ es un operador cíclico con el mismo período que el Hamiltoniano tal que $U_P(0) = U_P(T) = I$ y H_F es un operador independiente del tiempo. Supongamos que hemos efectuado la descomposición (2), encontrando los estados propios ψ_n del Hamiltoniano de Floquet H_F así como los valores propios correspondientes E_n y tomemos a ψ_n como el estado inicial del sistema, $\Psi(0) = \psi_n$. La evolución entonces es cuasiestacionaria:

$$\Psi(T) = U(T)\psi_n|_{t=T} = e^{-iE_n T/\hbar}\psi_n. \quad (3)$$

Así, los estados ψ_n representan la base más adecuada para expresar el estado general del sistema a un t arbitrario. Nuestro interés aquí, sin embargo, se centra en analizar las fases $\gamma_n = E_n T/\hbar$ de (3), que representan una generalización a la fase de Berry [1] y concuerdan (exceptuando a la fase dinámica) con las fases de Aharonov y Anandan [2]. Un desarrollo en serie de γ_n en el parámetro adiabático $\omega = 2\pi/T$ debe contener a la fase de Berry como el término de orden cero.

El ejemplo más ilustrativo a nuestro alcance es el de un espín 1/2 en el campo magnético precesante $\mathbf{B}(t) = B(\cos \omega t \mathbf{i} + \sin \omega t \mathbf{j}) + B_1 \mathbf{k}$, cuyo Hamiltoniano es:

$$H(t) = \kappa \hbar \mathbf{B}(t) \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (4)$$

en donde $\boldsymbol{\sigma}$ es el 3-vector cuyas componentes son las matrices de Pauli. La descomposición de Floquet (2) es inmediata al efectuar la "transición al sistema rotante" [3], que quiere decir escoger $U_P = e^{-i\omega t \sigma_3/2}$. Sustituyendo U_P en (2) y ésta a su vez en la ecuación de evolución (1) encontramos que:

$$H_F = \hbar (b\sigma_1 + (b_1 - \omega/2)\sigma_3). \quad (5)$$

con $b = \kappa B$ y $b_1 = \kappa B_1$. Usando las expresiones para las σ_i 's, se encuentran los valores propios de H_F , $E_{\pm} = \pm \hbar \sqrt{b^2 + (b_1 - \omega/2)^2}$, con los correspondientes estados propios denotados por $\psi_{\pm}$. Los números $\gamma_{\pm} = E_{\pm}T/\hbar$ representan los factores fase más generales para este problema e incluyen a la fase de Berry como uno de sus límites. De hecho, un desarrollo en serie en términos de ω

$$\gamma_{\pm} = \pm \left[\frac{2\pi \sqrt{b^2 + b_1^2}}{\omega} - \frac{b_1 \pi}{\sqrt{b^2 + b_1^2}} + \frac{b^2 \pi \omega}{4(b^2 + b_1^2)^{3/2}} + \dots \right] \quad (6)$$

indica que el primer sumando es la fase dinámica usual, el segundo corresponde a la fase de Berry (estos dos términos son los que aparecen en la aproximación adiabática) mientras que el resto representan correcciones sucesivas a estos términos. Sin embargo, es importante remarcar que en este tratamiento nosotros tenemos las expresiones analíticas explícitas para las fases generalizadas $\gamma_{\pm}$ y esto representa un avance sustancial con respecto a otros estudios. En el futuro, esta técnica se usará para estudiar las fases generalizadas, incluyendo la contribución orbital, que posee una partícula de Schrödinger cargada de espín 1/2 moviéndose en el mismo campo magnético precesante de este ejemplo. Algunos resultados preliminares [4] indican que tal problema parece susceptible de solución explícita completa y creemos que otros problemas pueden también ser tratados con técnicas similares a las aquí mostradas.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo brindado por la CICYT y la Caja Salamanca de España. Uno de los autores (D.J.F.) agradece también al CONACYT, México por la concesión de una beca postdoctoral.

REFERENCIAS

- [1]. M.V. Berry, Proc. R. Soc. Lond. A **392** (1984), 45.
- [2]. Y. Aharonov and J. Anandan, Phys. Rev. Lett. **58** (1987), 1593.
- [3]. B. Mielnik and D.J. Fernández C., J. Math. Phys. **30** (1989), 537.
- [4]. D.J. Fernández C., M.A. del Olmo and M. Santander, en preparación.